

SEMINAIRE D'ANALYSE

➤ **VENDREDI 01 Février 2013 à 15h15 - salle CM1 120**

Professeur **GIACOMO NARDI** (Paris Dauphine, France) donnera une conférence sur le thème:

« Relaxation d'une fonctionnelle de Willmore généralisée »

On s'intéresse au problème de relaxation pour la fonctionnelle suivante :

$$F : C^2(\mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}$$
$$F(u) = \int_{\mathbb{R}^n} |\nabla u| \left[1 + \left| \operatorname{div} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right|^p \right] dx \quad p > 1.$$

Il s'agit d'une version intégrée d'une variante de la fonctionnelle de Willmore, puisque le terme $\operatorname{div}(\nabla u/|\nabla u|)(x)$ est égal à la courbure moyenne de la surface de niveau $u(x)$ passant par le point x . Cette fonctionnelle a été initialement introduite dans le domaine du traitement d'images pour définir un modèle mathématique pour la restauration d'images. Du point de vue mathématique tel modèle amène à la minimisation de la fonctionnelle F dans l'espace BV des fonctions à variation bornée. La fonctionnelle F n'est cependant pas semi-continue inférieurement pour la topologie forte de L^1 et on est donc amené à caractériser son enveloppe semi-continue inférieure.

Les différentes approches suivies et les résultats établis sont rappelés ci-dessous:

1) En dimension deux, il est possible d'exprimer la relaxée comme l'intégrale sur l'ensemble des niveaux de la fonction étudiée d'une énergie calculée sur un recouvrement des frontières essentielles d'ensembles de niveau par une famille limite de courbes paramétriques.

2) On propose une représentation, valable en dimension quelconque, à l'aide de la théorie géométrique de la mesure. En particulier, on introduit des varifolds associés à des mesures de Young-gradients, appelés Young varifolds. On peut donc traduire le problème initial dans un problème de minimisation pour une fonctionnelle définie sur une certaine classe de Young varifolds. Grâce aux résultats précédents on peut montrer que cette formulation est appropriée en dimension deux. Toutefois une caractérisation complète de la relaxée à l'aide des Young varifolds reste un problème ouvert.