
Ces exercices se trouvent dans le livre *Introduction to the Calculus of Variations* pages 45 à 49.

Exercices importants

- 1.4.1 Les fonctions radiales. Voir aussi Remarque 4.6 et Exemple 4.7 dans *Les Espaces de Hölder et les Espaces de Sobolev*, projet de semestre ;
- 1.4.4 La convergence faible dans $W^{1,p}$ assure la convergence forte dans L^p et L^∞ ;
- 1.4.5 Bolzano-Wierstrass ;
- 1.4.6 Des hypothèses suffisantes pour que la convergence faible dans L^p implique la convergence faible dans $W^{1,p}$;
- 1.4.11 $W_0^{1,p}$ est séquentiellement fermé dans $W^{1,p}$ par rapport à la convergence faible ;
- 1.4.14 Le comportement du gradient au sens faible par rapport aux constantes.

Exercices conseillés

- 1.4.8 Sur l'espace des fonctions test dans la définition de dérivabilité faible ;
- 1.4.9 La convolution avec les fonctions de Sobolev, et l'approximation par fonctions lisses dans $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$. Voir aussi paragraphes 3.3 dans *Les Espaces de Hölder et les Espaces de Sobolev*, projet de semestre, notamment le Lemme 3.20, les théorèmes 3.22 et 3.25 ;
- 1.4.10 L'extension à \mathbb{R}^n de fonctions dans $W_0^{1,p}(\Omega)$;
- 1.4.12, 1.4.13 L'inégalité de Poincaré. On pourra se satisfaire de la démonstration en dimension 1 (voir théorème 1.49.)

Exercices non nécessaires

Exercices 1.4.2, 1.4.3, 1.4.7 ,1.4.15, 1.4.16, 1.4.17.